



Велико Търново

15 – 16 декември 2011г.

Оценка на неопределеността на измерванията при изпитване на строителни материали. Теоретична основа. Числени примери.

доц. д-р инж. И. Ростовски



15 – 16 декември 2011г. Велико Търново

Съгласно действащия стандарт БДС EN ISO/IEC 17025:2006+A1 “Общи изисквания относно компетентността на лабораториите за изпитване и калибриране” лабораториите за изпитване трябва да имат и прилагат процедури за оценяване на неопределеността на измерването. Изискваната степен на строгост при оценяването на неопределеността на измерването зависи от фактори като:

- **изисквания на метода за изпитване;**
- **изисквания на клиента;**
- **съществуването на тесни граници, на които се основават решенията за съответствие с дадена спецификация;**



Някои от основните причини за оценяване на неопределеността са:

- неопределеността на измерването е количествен индикатор за качеството на даден резултат или метод за изпитване;
- изразяването на неопределеността на резултатите от изпитването позволява сравняване на резултати, получени в различни лаборатории или между дадена лаборатория и фиксирана стойност, определена със стандарт или спецификация;
- оценяването на неопределеността показва кои аспекти от метода за изпитване могат да бъдат подобрени и др;



15 – 16 декември 2011г. Велико Търново

Като примерни източници на неопределеност могат да се посочат:

- *вземане на проба – взетата проба може да не бъде напълно представителна;*
- *персонални колебания при отчитане от аналогови инструменти (каквито преобладават у нас);*
- *разделителна способност на инструментите за измерване и грешки в градуирането на скалите им;*
- *износване на инструментите и промяна на характеристиките им след последното калибриране;*
- *колебания в условията на съхранение на пробните тела и условията на изпитване и др.;*



15 – 16 декември 2011г. Велико Търново



GUIDE 99

International vocabulary of
metrology — Basic and general
concepts and associated terms
(VIM)

Vocabulaire international de
métrologie — Concepts
fondamentaux et généraux et
termes associés (VIM)

First edition 2007
Première édition 2007

© ISO/IEC 2007

2.26 (3.9) uncertainty of measurement uncertainty

non-negative parameter characterizing the dispersion of the **quantity values being attributed to a measurand, based on the information used**

Неопределеността на дадено измерване е неотрицателен параметър, свързан за резултата от измерването, който характеризира разсейването на стойностите, които могат да бъдат приписани на измерваната величина въз основа на използваната информация (VIM).



15 – 16 декември 2011г. Велико Търново

Понятието неопределеност не бива да се бърка с понятието грешка на измерването. Грешката на дадено измерване е разликата между измерената стойност и действителната стойност на измерваната величина.

Отчитането на неопределеността на измерването е необходимо при оценката на пригодността на стойността на дадена величина за предвидената задача.

Например, купувачът в магазин за плодове ще бъде удовлетворен, ако при покупка на два килограма ябълки, ако везните в магазина показват отклонение, което е в рамките на $\pm 2g$ от действителната маса на плодовете.

Измерванията присъстват във всички сфери на човешката дейност. Неопределеността на измерването позволява на тези, които работят със стойността на измерваната величина, да правят сравнения при оценяване на съответствието, да получават вероятност за вземане на неправилно решение въз основа на това измерване, и да управляват възникващи рискове.



15 – 16 декември 2011г. Велико Търново

Целта на дадено измерване се състои в това – да се предостави информация за интересуващата ни величина – измервана величина [JCGM 200:2008 (VIM) 2.3]. Измерваната величина може да има най-разнообразен характер – маса, обем, сила, концентрация и др.

Нито едно измерване на определена величина не е безгрешно. Когато се измерва величина, изходната ѝ стойност зависи от измерителната система [JCGM 200:2008 (VIM) 3.2], методиката на измерване, опита и квалификацията на оператора, условията на околната среда и други въздействия. Даже, ако величината е измерена няколко пъти чрез един и същи метод, при еднакви условия, от един и същ оператор, в повечето случаи се получава различна стойност на измервания показател [JCGM 200:2008 (VIM) 4.1] (стойност на измерваната величина [JCGM 200:2008 (VIM) 2.10]), ако се приеме предположението, че измервателната система има достатъчна разделителна способност, за да се различава стойността на показанията. Такива показания могат да се третират като варианти на стойността на величината. Разсейването на показанията се явява обективна оценка за качеството на измерването.



15 – 16 декември 2011г. Велико Търново

Измерителната система може да показва стойности, които са разсеяни не около действителната стойност, а около друга, която е отместена от нея. Разликата между отместената стойност и истинската понякога се нарича систематична грешка [JCGM 200:2008 (VIM) 2.17]. Един от най-често срещаните случаи на систематична грешка е при везните, които показват стойност различна от нула в начално положение. Тогава тази стойност се натрупва при всички измервания и ще даде отражение при изчисляване на средната стойност на измерването. Освен систематична грешка, която се приема за постоянна, съществува и т.нар. случайна грешка [JCGM 200:2008 (VIM) 2.19]. Случайната грешка е свързана с това, че при повторение на дадено измерване се получават стойности на измерваната величина, които се отличават от измерените по-рано. Това е случайно от гледна точка на обстоятелството, че всяка следваща измерена стойност не може да бъде предсказана въз основа на получените по рано резултати. В общия случай, към всяка измерена стойност има принос като на систематична, така и на случайна грешка.



15 – 16 декември 2011г. Велико Търново



GUIDE 98-3

Uncertainty of measurement —

Part 3:
Guide to the expression of
uncertainty in measurement
(GUM:1995)

*Incertitude de mesure —
Partie 3: Guide pour l'expression de l'incertitude de
mesure (GUM:1995)*

First edition 2008

© ISO/IEC 2008

Основният проблем при измерванията е как по най-добър начин да се покаже това, което е известно за измерваната величина. Изразяване на систематичните и случайните грешки, отнасящи се до измерването, заедно с най-добрата оценка на измерваната величина — това е подходът, което се е използвал най-често до въвеждането на GUM. GUM предлага друг подход към разбирането на измерванията, особено в частта отнасяща се до качеството на резултата. Вместо да се записва резултатът от измерването, който дава най-добра оценка на измерваната величина, заедно с информация за систематичните и случайните грешки (заедно с анализ на грешките) подходът на GUM се състои в това, да се изрази резултатът от измерването, като най-добра оценка на измерваната величина заедно със съответстващата ѝ неопределеност.



Основни предпоставки на метода за изчисляване на неопределеността, който е използван в “Uncertainty of measurement - Part 3: Guide to the expression of uncertainty in measurement (GUM:1995)” са :

1. Съществува възможност да се охарактеризира качеството на измерването, изчислявайки систематичната и случайната грешка на сравнителна основа, като се предлага метод, по който това да бъде направено (7.2). Този метод уточнява информацията, която е била известна предварително от анализа на грешките и с помощта на концепцията за неопределеност на измерванията я привежда на вероятностна основа.
2. Не е възможно да се установи каква е действителната стойност на измерваната величина. Може единствено да се узнае, какво доверие може да се има на това, което е известно. С други думи, неопределеността може да бъде описана като мярка за това, колко силно човек може да бъде уверен, че знае истинската стойност на измерваната величина. Неопределеността отразява непълнотата на знанието за измерваната величина. Понятието «доверие» е много важно за метрологията, тъй като я превръща в сфера, където резултатът от дадено измерване трябва да се разглежда и числено определя чрез теория на вероятностите, която отразява степента на доверие.



15 – 16 декември 2011г. Велико Търново

Видове неопределеност според ISO GUM:

2.3.1

standard uncertainty (стандартна неопределеност)

uncertainty of the result of a measurement expressed as a standard deviation - **неопределеност на резултат от измерване, изразена като стандартно отклонение.**

2.3.2

Type A evaluation (of uncertainty) – Тип А изразяване (на неопределеност), неопределеност тип А

method of evaluation of uncertainty by the statistical analysis of series of observations – **метод за изразяване на неопределеност чрез статистически анализ на серия от наблюдения.**

2.3.3

Type B evaluation (of uncertainty) - Тип В изразяване (на неопределеност), неопределеност тип В

method of evaluation of uncertainty by means other than the statistical analysis of series of observations - **метод за изразяване на неопределеност чрез средства различни от статистически анализ на серия от наблюдения.**

2.3.4

combined standard uncertainty (комбинирана стандартна неопределеност)

standard uncertainty of the result of a measurement when that result is obtained from the values of a number of other quantities, equal to the positive square root of a sum of terms, the terms being the variances or covariances of these other quantities weighted according to how the measurement result varies with changes in these quantities – **стандартна неопределеност на резултат от измерване, когато този резултат е получен от стойностите на определен брой други измервания, равна на положителен квадратен корен от вариациите или ковариациите на другите величини, претеглени според влиянието, което оказват на измерваната величина.**

2.3.4

expanded uncertainty – разширена неопределеност

quantity defining an interval about the result of a measurement that may be expected to encompass a large fraction of the distribution of values that could reasonably be attributed to the measurand – **стойност, която дефинира интервал около резултатът от измерването, за който се очаква да обхване голяма част от разпределението на стойностите, които могат основателно да се припишат на измерваната величина.**



15 – 16 декември 2011г. Велико Търново

В строителната практика интересуващите ни величини, които са обект на измервания, се определят по два начина:

- Единично (просто) измерване, например определяне на маса и размери.
- Функционална зависимост (модел) $y=f(x)$, в която участват други величини, които са резултат от единични измервания, наречени входни величини – $x_1, x_2, \dots x_n$, Всяка от входните величини може да има различен характер и собствена неопределеност. Пример - например изчисляване на якост, плътност, и др. Обикновени това е преобладаващият брой случаи, при които трябва да се определи стойността на дадена величина.

Стандартната неопределеност на единичен резултат x_i ($i = 1, 2, 3 \dots n$) от измерване се оценява със стандартното отклонение на поредицата единични резултати:

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - x_m)^2}{n-1}}$$

където x_m е средноаритметичната стойност от поредицата единични резултати:



15 – 16 декември 2011г. Велико Търново

$$x_m = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

Стандартната неопределеност на средноаритметичната стойност на поредица от единични резултати се изразява като средната грешка на средно аритметичната стойност по формулата:

$$\sigma_{\ddot{x}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - x_m)^2}{n(n-1)}}$$



15 – 16 декември 2011г. Велико Търново

Задачата за оценяване на неопределеността се усложнява значително, когато интересуващата ни изходна величина представлява функционална зависимост, в която участват различен брой входни величини x_i , всяка една, от които “носи” собствена неопределеност:

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

В общия случай входните величини имат различен характер, мерни единици и неопределеност, тяхното изменение води до промяна на изходната величина, в зависимост от вида на функционалната зависимост $y=f(x_i)$. Възможно е входните величини или част от тях да не са независими и между тях да съществува корелация.



15 – 16 декември 2011г. Велико Търново

За да може да се отчете начина, по който изменението на входните величини влияе върху стойността на изходната величина, необходимо да се изчислят т.нар. коефициенти на чувствителност c_i :

$$c_i = \frac{\partial f}{\partial x_i}$$

В случаите, когато се налага да работим с функционални зависимости се въвежда понятието стандартна комбинирана неопределеност $u_c(y)$. Последната зависи от стандартните неопределености на входните величини и начина, по който влияят върху стойността на изходната величина:

$$u_c(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 \cdot u^2(x_i)}$$



Когато входните величини не са независими, уравнението придобива вида:

$$u_c(y) = \sqrt{\left(\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \frac{\partial f}{\partial x_i} \frac{\partial f}{\partial x_j} u(x_i, x_j) \right)^2} = \sqrt{\left(\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 u^2(x_i) + 2 \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=1}^{n-1} \frac{\partial f}{\partial x_i} \frac{\partial f}{\partial x_j} u(x_i, x_j) \right)}$$

където:

$$u(x_i, x_j) = u(x_i) \cdot u(x_j) \cdot r(x_i, x_j)$$

$r(x_i, x_j)$ – коефициент на корелация, между входните величини x_i и x_j , изчислен по формулата:

$$r(x_i, x_j) = \frac{\sum_{l=1}^{n_{ij}} (x_{il} - x_{i,m})(x_{jl} - x_{j,m})}{\sqrt{\sum_{l=1}^{n_{ij}} (x_{il} - x_{i,m})^2 \sum_{l=1}^{n_{ij}} (x_{jl} - x_{j,m})^2}}$$



15 – 16 декември 2011г. Велико Търново

Когато стандартната комбинирана неопределеност се умножи с коефициент на покритие (коефициент на осигуреност, фактор на осигуреност) k_c се получава т.нар. разширена неопределеност u_{exp} . По същество тя представлява интервал около резултатът от измерването, за който може да се очаква, че съдържа с определена вероятност голяма част от стойностите, които могат да се припишат на изследваната величина.

$$u_{exp}(y) = u_c(y) \cdot k_c$$

Коефициентът на покритие се отчита от таблици за t-разпределение на Стюдънт-Фишер, в зависимост от броя на ефективните степени на свобода, определен по формулата на Welch-Satterthwaite:

$$v_{eff} = \frac{u_c^4(y)}{\sum_{i=1}^n \frac{(c_i \cdot u(x_i))^4}{v_i}}$$

където $u_i = n_i - 1$ са т.нар. степени на свобода на всяка една от входните величини.



Както е видно , броят на ефективните степени на свобода за дадена изходна величина, зависи от степените на свобода на изходните параметри (които за всеки параметър може да са различни) и влиянието им върху неопределеността на изходната величина, отчетена чрез коефициентите на влияние.

Крайният резултат се записва във вида :

$$y_m \pm u_{\text{exp}}(y)$$

Описаната методика ще бъде илюстрирана с числени примери.



15 – 16 декември 2011г. Велико Търново

Пример 1. ИЗРАЗЯВАНЕ НА НЕОПРЕДЕЛЕНОСТТА, ПРИ ИЗЧИСЛЯВАНЕ НА ЯКОСТТА НА НАТИСК НА БЕТОНА

Съгласно БДС EN 206-1/НА:2008 Кубовата якост на натиск при изпитването на пробните тела се изчислява с точност 0,1 МПа по следната формула:

$$f_{c,cube} = K \frac{F}{A}$$

където:

$f_{c,cube}$ е якостта на натиск, МПа (N/mm²)

K е корекционният коефициент за влиянието на формата и размера на пробното тяло;

F е максималната сила, отчетена при натоварването, N;

A е площта на натиск на напречното сечение, mm²



15 – 16 декември 2011г. Велико Търново

За пробни тела – кубчета с основен ръб 150 mm, площта на натиск е равна на площта на натиснатата страна на пробното тяло, а коефициентът K е равен на 1. Тогава формулата придобива вида:

$$f_{c,cube} = K \cdot \frac{F}{A} = \frac{F}{a.b}, MPa \left(\frac{N}{mm^2} \right)$$

От формулата е видно, че входните величини, необходими за изчисляване на якостта на натиск са максималната сила - F и ръбовете на натиснатата страна на пробното тяло – a и b .

При изчисляването на неопределеността е направена предпоставката, че между линейните размери на натисковата повърхност не съществува корелационна зависимост, т.е. двата размера са независими един от друг.

Правени са изчисления [2], които да покажат, дали не е възможно да възникне корелация между размерите на пробното тяло, при положение, че те се определят с един и същи инструмент. Полученият коефициент на корелация е около 0.18 т.е. няма ясно изразена корелационна зависимост, а разликата, която се получава при изчисляването на разширената неопределеност е около 0.2%.



15 – 16 декември 2011г. Велико Търново

В таблицата 1 са показани резултатите от изпитването на 6 броя пробни тела – два пъти по-голям брой от минимално необходимия:

Пробно тяло №	Маса, g	Размери на пробното тяло, mm			Обемна плътност на бетона, kg/m ³	Разрушаващ товар, kN
		a	b	c		
1	7800	150.53	150.04	149.98	2303	580.0
2	7785	150.27	150.00	149.95	2303	600.0
3	7830	150.86	150.01	149.99	2307	610.0
4	7810	149.75	149.99	150.00	2318	575.0
5	7820	149.56	149.97	150.04	2324	620.0
6	7805	150.12	150.00	150.02	2310	615.0
Средна стойност		150.18	150.00	-	-	600.0
Стандартно отклонение		0.483	0.0232	-	-	18.708



15 – 16 декември 2011г. Велико Търново

Първата стъпка, която трябва да се извърши, при оценката на неопределеността, е да се идентифицират потенциалните **източници на неопределеност**. Да се установи техния вид – неопределеност тип А или тип В, значимост и възможността за вземането им под внимание

Фактор	Източник на неопределеност	Забележка
Изпитвателна машина	Отклонения при отчитането на максималната сила	Определя се чрез статистическа обработка
	Отклонение на отчетената стойност от номиналната	Определя се чрез периодично калибриране
	Точност на отчитане от скалата	В зависимост от вида на скалата
	Скорост на натоварване	Не се отчита, спазват се предписанията на стандарта
	Точно поставяне(центриране) на пробното тяло	Не се отчита, спазват се предписанията на стандарта
	Температурно – влажностни условия в изпитвателната лаборатория	Не се отчита, спазват се предписанията на стандарта
	Твърдост на натисковите плочи	Не се отчита, спазват се предписанията на стандарта



Съюз на строителните лабораторни специалисти в България (ССЛСБ)

15 – 16 декември 2011г. Велико Търново

Шублер	Точност на инструмента	Определя се чрез периодично калибриране
	Разделителна способност на инструмента	В зависимост от модела на уреда
	Повторяемост при отчитане	Определя се чрез статистическа обработка
	Температурно – влажностни условия в изпитвателната лаборатория	Не се отчита, спазват се предписанията на стандарта
Пробно тяло	Нееднородност на пробното тяло	Не се отчита
	Колебания на размерите на пробите	Отчита се чрез измерване
	Перпендикулярност на стените	Не се отчита, спазват се предписанията на стандарта
	Грапавина на стените	Не се отчита, спазват се предписанията на стандарта
	Температурно – влажностни условия на отлежаване	Не се отчита, спазват се предписанията на стандарта



15 – 16 декември 2011г. Велико Търново

Изчисляване на стандартната неопределеност:

а) на максималната сила F:

- стандартна неопределеност при отчитането на максималната сила съгласно уравнение 3(неопределеност тип A):

$$\frac{18.708}{\sqrt{6}} = 7.638KN$$

- неопределеност от отклонение на отчетената стойност от номиналната(неопределеност на измервателното средство, тип B):

От свидетелството за калибриране на изпитвателната машина за съответния обхват(областта, в която попада максималната сила) е отчетена разширена неопределеност $\pm 3.9KN$, при коефициент на покритие (коефициент на доверителния интервал) $K=2$, при доверителна вероятност около 95%.

Стандартната неопределеност на максималната сила, дължаща се на отклонението между отчетената от номиналната стойност е:

$$\frac{3.9}{2} = 1.95KN$$



15 – 16 декември 2011г. Велико Търново

от таблица за t-разпределение се отчита, че при $K = 2$ и доверителна вероятност 95%, степените на свобода са 60.

- неопределеност от точност на отчитане от скалата (тип В):

Стойността на едно деление на скалата е 5 KN, при предпоставката, че е прието правоъгълно разпределение стандартната неопределеност, дължаща се на точността на отчитане от скалата е:

$$\frac{5/2}{\sqrt{3}} = 1.44 \text{ KN}$$

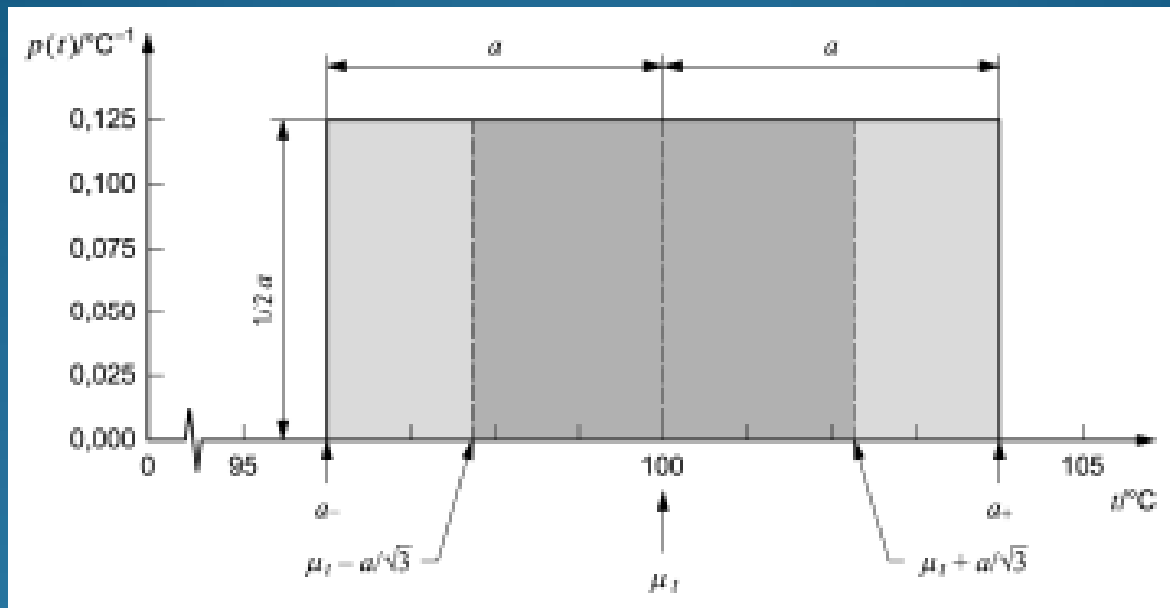
при безкраен брой степени на свобода

Окончателно за стандартната неопределеност на максималната сила се получава:

$$u_F = \sqrt{7.638^2 + 1.95^2 + 1.44^2} = 8.01 \text{ KN} = 8010 \text{ N}$$



15 – 16 декември 2011г. Велико Търново



Правоъгълно разпределение на величина
(скала на термометър)



б) на геометричните размери на натисковата повърхност:

- неопределеност на измервателното средство (шублер):

От свидетелството за калибриране на шублера е отчетена разширена неопределеност $\pm 0.01mm$, при коефициент на доверителния интервал) $K=2$, при доверителна вероятност около 95%.

Стандартната неопределеност от калибрирането е (тип B):

$$\frac{0.01}{2} = 0.005mm$$

При 60 степени на свобода.



15 – 16 декември 2011г. Велико Търново

- неопределеност от точност на отчитане от скалата (тип В):

Стойността на едно деление на скалата е 0.01mm, при правоъгълно разпределение стандартната неопределеност, дължаща се на точността на отчитане от скалата е:

$$\frac{0.01/2}{\sqrt{3}} = 0.003mm$$

при безкраен брой степени на свобода

- неопределеност от повторяемост, при отчитане (тип А):

Определя се чрез многократно измерване от оператора на дадена дължина с един и същ инструмент.

Стандартното отклонение, при 30 измервания за използвания шублер е $\pm 0.02mm$

Стандартната неопределеност, дължаща се на повторяемостта е:

$$\frac{0.02}{\sqrt{30}} = 0.004mm$$

при $30 - 1 = 29$ степени на свобода;



15 – 16 декември 2011г. Велико Търново

Стандартната неопределеност, дължаща се на колебания в размерите на страните е (тип A):

за страна а:
$$\frac{0.483}{\sqrt{6}} = 0.197mm$$

и за страна б:
$$\frac{0.0232}{\sqrt{6}} = 0.001$$

,
при $6 - 1 = 5$ степени на свобода.

Окончателно за стандартната неопределеност на линейните размери на натисковата повърхност се получава:

за страна а:
$$u_a = \sqrt{0.005^2 + 0.003^2 + 0.004^2 + 0.197^2} = 0.197mm$$

за страна б:
$$u_b = \sqrt{0.005^2 + 0.003^2 + 0.004^2 + 0.001^2} = 0.007mm$$



Изчисляване на комбинираната неопределеност:

Определяне на коефициентите на чувствителност:

- за максималната сила:

$$c_F = \frac{\partial R_{BC}}{\partial F} = \frac{1}{a.b} = \frac{1}{150.18 * 150.00} = 4.439.10^{-5} mm^{-2}$$

- за страна а:

$$c_a = \frac{\partial R_{BC}}{\partial a} = -\frac{F}{a^2.b} = -\frac{600 * 10^3}{150.18^2 * 150} = -1.773.10^{-1} \frac{N}{mm^3}$$

- за страна b:

$$c_b = \frac{\partial R_{BC}}{\partial b} = -\frac{F}{a.b^2} = -\frac{600 * 10^3}{150.18 * 150^2} = -1.776.10^{-1} \frac{N}{mm^3}$$



За стандартната комбинирана неопределеност се получава:

$$\begin{aligned} u_c &= \sqrt{c_F^2 \cdot u_F^2 + c_a^2 \cdot u_a^2 + c_b^2 \cdot u_b^2} = \\ &= \sqrt{(4.439 \cdot 10^{-5})^2 \cdot 8010^2 + (-1.773 \cdot 10^{-1})^2 \cdot 0.197^2 + (-1.776 \cdot 10^{-1})^2 \cdot 0.007^2} = \\ &= 0.357 \text{ MPa} \left(\frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \right) \end{aligned}$$



Изчисляване на разширената неопределеност:

Определяне на ефективните степени на свобода:

- за максималната сила:

$$v_{eff,F} = \frac{8010^4}{\frac{7634^4 \cdot 1^4}{5} + \frac{1.95^4 \cdot 1^4}{60} + \frac{1.44^4 \cdot 1^4}{\infty}} = 6.060$$

- за страна а:

$$v_{eff,a} = \frac{0.197^4}{\frac{0.005^4 \cdot 1^4}{60} + \frac{0.003^4 \cdot 1^4}{\infty} + \frac{0.004^4 \cdot 1^4}{29} + \frac{0.197^4 \cdot 1^4}{5}} = 5$$



15 – 16 декември 2011г. Велико Търново

- за страна b:

$$v_{eff,b} = \frac{0.007^4}{\frac{0.005^4 \cdot 1^4}{60} + \frac{0.003^4 \cdot 1^4}{\infty} + \frac{0.004^4 \cdot 1^4}{29} + \frac{0.001^4 \cdot 1^4}{5}} = 5$$

- за якостта:

$$v_{eff,R_{BC}} = \frac{(0.357)^4}{\frac{(4.439 \cdot 10^{-5})^4 \cdot (8.01 \cdot 10^3)^4}{6.060} + \frac{0.1773^4 \cdot 0.197^4}{5} + \frac{0.1776^4 \cdot 0.001^4}{5}} = 6.16$$

От таблицата за *t*-разпределение на Стюдънт, срещу степени на свобода 6.16 и доверителност 95% е отчетено $k_c = 1.935$ (с интерполация).



15 – 16 декември 2011г. Велико Търново

Окончателно, за разширената неопределеност и резултата от изпитването се получава:

$$U_{\text{exp}} = k_c \cdot u_c = 1.935 * 0.357 = 0.691 \text{MPa} \left(\frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \right)$$

$$f_{c,\text{cube}} = \frac{600 * 10^3}{150.18 * 150.00} \pm 0.691 \approx 26.63 \pm 0.69 \text{MPa}$$

Разширената неопределеност може да се изрази в % от средната стойност на измерваната величина, тогава се получава т.нар. относителна неопределеност:

$$\frac{0.69}{26.63} * 100 = 2.59\% \approx 2.6\%$$

$$f_{c,\text{cube}} = 26.63 \text{MPa} \pm 2.6\%$$



15 – 16 декември 2011г. Велико Търново

Пример 2 Изразяване на неопределеността при определяне на плътността на глинени блокове за зидария

Преди изпитването с шублер и рулетка са определени следните реални размери на пробните тела:

Тяло №	w_w, mm	Средна стойност, mm	h_w, mm	Средна стойност, mm	l_w, mm	Средна стойност, mm
1	115.9	116.6	61.2	61.0	247.0	247.8
	116.3		61.7		248.0	
	117.4		60.7		248.0	
	116.8		60.2		248.0	
2	116.3	116.5	59.0	59.8	248.0	247.8
	116.0		59.7		248.0	
	117.0		59.8		247.0	
	116.8		60.5		248.0	
3	115.2	115.8	61.4	61.5	246.0	246.5
	115.3		62.3		246.0	
	116.4		61.0		247.0	
	116.2		61.3		247.0	
4	116.2	116.1	60.0	60.0	247.0	247.3
	116.4		59.8		248.0	
	115.7		60.3		247.0	
	115.9		59.7		247.0	
5	116.5	116.2	60.0	60.0	246.5	247.1
	116.4		59.8		247.0	
	116.0		59.9		248.0	
	116.0		60.3		247.0	



15 – 16 декември 2011г. Велико Търново

Данни от изпитване на пробните тела

Пробно тяло №	Размери на пробното тяло, mm			Маса на пробното тяло, g
	w_u	h_u	l_u	
1	116.6	61.0	247.8	1885
2	116.5	59.8	247.8	1810
3	115.8	61.5	246.5	1875
4	116.1	60.0	247.3	1805
5	116.2	60.0	247.1	1810
Средна ст-ст	116.2	60.5	247.3	1837
Станд. отклонение	0.32	0.75	0.54	39.5



15 – 16 декември 2011г. Велико Търново

Брутната и нетната плътност на блокове за зидария се определят по формулите:

$$\rho_{g,u} = \frac{m_{dry,u}}{V_{g,u}} = \frac{m_{dry,u}}{w_u l_u h_u} \text{ kg / m}^3 \quad - \text{ за брутната плътност}$$

$$\rho_{n,u} = \frac{m_{dry,u}}{V_{n,u}}, \text{ kg / m}^3 \quad - \text{ за нетната плътност}$$

-за нетната плътност

където:

$m_{dry,u}$ – маса на блока за зидария в сухо състояние g или kg;

w_u , h_u и b_u – ръбове на пробното тяло, mm;

$V_{g,u}$ – брутен обем на блока за зидария, mm³;

$V_{n,u}$ – нетен обем на блока за зидария, mm³.



15 – 16 декември 2011г. Велико Търново

*Потенциални източници на неопределеност при изчисляване на
плътността на блоковете/бюджет на неопределеността*

Фактор	Източник на неопределеност	Забележка
Везна	Точност на инструмента	Определя се чрез периодично калибриране
	Разделителна способност на инструмента	В зависимост от модела на уреда
	Температурно – влажностни условия в изпитвателната лаборатория	Не се отчита, спазват се предписанията на стандарта



Съюз на строителните лабораторни специалисти в България (ССЛСБ)

15 – 16 декември 2011г. Велико Търново

Шублер/ рулетка	Точност на инструмента	Определя се чрез периодично калибриране
	Разделителна способност на инструмента	В зависимост от модела на уреда
	Температурно – влажностни условия в изпитвателната лаборатория	Не се отчита, спазват се предписанията на стандарта
Пробно тяло	Нееднородност на пробното тяло	Не се отчита
	Колебания на размерите на пробите	Отчита се чрез измерване
	Перпендикулярност на стените	Не се отчита, спазват се предписанията на стандарта
	Грапавина на стените	Не се отчита, спазват се предписанията на стандарта
	Температурно – влажностни условия на отлежаване	Не се отчита, спазват се предписанията на стандарта



15 – 16 декември 2011г. Велико Търново

Изчисляване на стандартната неопределеност:

а) на масата m :

- стандартна неопределеност при отчитането на масата (неопределеност тип A):

$$\frac{39.5}{\sqrt{5}} = 17.7 g$$

- неопределеност от отклонение на отчетената стойност от номиналната (неопределеност на измервателното средство, тип B):

От свидетелството за калибриране на везната е отчетена разширена неопределеност $\pm 5.0g$, при коефициент на покритие (коефициент на доверителния интервал) $K=2$, при доверителна вероятност около 95%.



15 – 16 декември 2011г. Велико Търново

Стандартната неопределеност на масата, дължаща се на отклонението между отчетената от номиналната стойност е:

$$\frac{5.0}{2} = 2.5g$$

от таблица за t-разпределение се отчита, че при $K = 2$ и доверителна вероятност 95%, степените на свобода са 60.

- неопределеност от точност на отчитане от скалата (тип B):

Стойността на едно деление на скалата е 5 g, при предпоставката, че е прието правоъгълно разпределение стандартната неопределеност, дължаща се на точността на отчитане от скалата е:

$$\frac{5/2}{\sqrt{3}} = 1.44g$$

при безкраен брой степени на свобода

Окончателно за стандартната неопределеност на масата се получава:

$$u_m = \sqrt{17.7^2 + 2.5^2 + 1.44^2} = 17.9g$$



15 – 16 декември 2011г. Велико Търново

б) на геометричните размери на пробното тяло:

- неопределеност на шублер:

От свидетелството за калибриране на шублера е отчетена разширена неопределеност $\pm 0.04mm$, при коефициент на доверителния интервал) $K=2$, при доверителна вероятност около 95%. Стандартната неопределеност от калибрирането е (тип B):

$$\frac{0.04}{2} = 0.02mm$$

при 60 степени на свобода;

- неопределеност от точност на отчитане от скалата (тип B):

Стойността на едно деление на скалата е $0.01mm$, при правоъгълно разпределение стандартната неопределеност, дължаща се на точността на отчитане от скалата е:

$$\frac{0.01/2}{\sqrt{3}} = 0.003mm$$

при безкраен брой степени на свобода



15 – 16 декември 2011г. Велико Търново

Стандартната неопределеност, дължаща се на колебания в размерите на страните е (тип А):

за страна w :
$$\frac{0.32}{\sqrt{5}} = 0.14mm$$

за страна h :
$$\frac{0.75}{\sqrt{5}} = 0.34mm$$

при $5 - 1 = 4$ степени на свобода.

Окончателно за стандартната неопределеност на линейните размери:

за страна w :
$$u_w = \sqrt{0.02^2 + 0.003^2 + 0.14^2} = 0.14mm$$

за страна h :
$$u_h = \sqrt{0.02^2 + 0.003^2 + 0.34^2} = 0.34mm$$



15 – 16 декември 2011г. Велико Търново

- неопределеност на рулетка:

От свидетелството за калибриране на рулетката е отчетена разширена неопределеност $\pm 0.04mm$, при коефициент на доверителния интервал) $K=2$, при доверителна вероятност около 95%.

Стандартната неопределеност от калибрирането е (тип B):

$$\frac{0.5}{2} = 0.25mm$$

при 60 степени на свобода

- неопределеност от точност на отчитане (тип B):

Стойността на едно деление на скалата е 1mm, при правоъгълно разпределение стандартната неопределеност, дължаща се на точността на отчитане от скалата е:

$$\frac{1/2}{\sqrt{3}} = 0.29mm$$

при безкраен брой степени на свобода



15 – 16 декември 2011г. Велико Търново

Стандартната неопределеност, дължаща се на колебания в размерите на страна l е (тип A):

$$\frac{0.54}{\sqrt{5}} = 0.24mm$$

при $5 - 1 = 4$ степени на свобода.

Окончателно за стандартната неопределеност на линейния размер:

за страна l:

$$u_l = \sqrt{0.25^2 + 0.29^2 + 0.24^2} = 0.45mm$$



Изчисляване на комбинираната неопределеност:

Определяне на коефициентите на чувствителност:

- за масата:
$$c_m = \frac{\partial m}{\partial V} = \frac{1}{whl} = \frac{1}{116.2 * 60.5 * 247.3} = 5.75 \cdot 10^{-7} \text{ mm}^{-3}$$

- за страна w:
$$c_w = \frac{\partial m}{\partial w} = -\frac{m}{w^2 hl} = -\frac{1837}{116.2^2 * 60.5 * 247.3} = -9.1 \cdot 10^{-6} \frac{g}{\text{mm}^4}$$

- за страна h:
$$c_h = \frac{\partial m}{\partial h} = -\frac{m}{wh^2 l} = -\frac{1837}{116.2 * 60.5^2 * 247.3} = -1.75 \cdot 10^{-5} \frac{g}{\text{mm}^4}$$

- за страна l:
$$c_l = \frac{\partial m}{\partial l} = -\frac{m}{whl^2} = -\frac{1837}{116.2 * 60.5 * 247.3^2} = -4.3 \cdot 10^{-6} \frac{g}{\text{mm}^4}$$



За стандартната комбинирана неопределеност се получава:

$$\begin{aligned} u_c &= \sqrt{c_m^2 \cdot u_m^2 + c_w^2 \cdot u_w^2 + c_h^2 \cdot u_h^2 + c_l^2 \cdot u_l^2} = \\ &= \sqrt{(5.75 \cdot 10^{-7})^2 \cdot 17.9^2 + (-9.1 \cdot 10^{-6})^2 \cdot 0.14^2 + (-1.75 \cdot 10^{-5})^2 \cdot 0.34^2 + (-4.3 \cdot 10^{-6})^2 \cdot 0.45^2} = \\ &= 1.03 \cdot 10^{-5} \text{ g / mm}^3 \end{aligned}$$

Изчисляване на разширената неопределеност:

Определяне на ефективните степени на свобода:

$$v_{eff} = \frac{u_c^4(y)}{\sum_{i=1}^n \frac{(c_i \cdot u(x_i))^4}{v_i}}$$



15 – 16 декември 2011г. Велико Търново

- за масата:

$$v_{eff,m} = \frac{17.9^4}{\frac{17.7^4 \cdot 1^4}{4} + \frac{2.5^4 \cdot 1^4}{60} + \frac{1.44^4 \cdot 1^4}{\infty}} = 4.18$$

- за страна w:

$$v_{eff,w} = \frac{0.14^4}{\frac{0.02^4 \cdot 1^4}{60} + \frac{0.003^4 \cdot 1^4}{\infty} + \frac{0.14^4 \cdot 1^4}{4}} = 4$$



- за страна h:

$$v_{eff,h} = \frac{0.34^4}{\frac{0.02^4 \cdot 1^4}{60} + \frac{0.003^4 \cdot 1^4}{\infty} + \frac{0.34^4 \cdot 1^4}{4}} = 4$$

- за страна l:

$$v_{eff,l} = \frac{0.45^4}{\frac{0.25^4 \cdot 1^4}{60} + \frac{0.29^4 \cdot 1^4}{\infty} + \frac{0.24^4 \cdot 1^4}{4}} = 45.84$$



15 – 16 декември 2011г. Велико Търново

- за плътността D:

$$v_{eff, R_{BC}} = \frac{(1.03 \cdot 10^{-5})^4}{\frac{(5.75 \cdot 10^{-7})^4 * 17.9^4}{4.18} + \frac{(9.1 \cdot 10^{-6})^4 * 0.14^4}{4} + \frac{(1.75 \cdot 10^{-5})^4 * 0.34^4}{4} + \frac{(4.3 \cdot 10^{-6})^4 * 0.45^4}{45.8}} = 7.3$$

От таблицата за *t*-разпределение на Стюдънт, срещу степени на свобода 3.5 и доверителност 95% е отчетено $k_c = 1.89$

Окончателно, за разширената неопределеност и резултата от изпитването се получава:

$$U_{exp} = k_c \cdot u_c = 1.03 \cdot 10^{-5} * 1.89 = 1.95 \cdot 10^{-5} \text{ g / mm}^2 = 0.0195 \text{ g / cm}^3 \approx 20 \text{ kg / m}^3$$

За крайния резултат се получава:

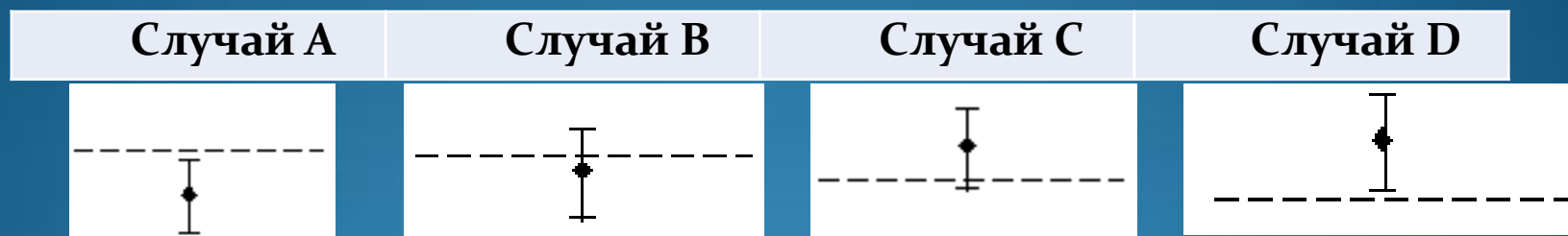
Брутна плътност в сухо състояние - $1055 \pm 20 \text{ kg / m}^3$

Нетна плътност в сухо състояние - $1345 \pm 20 \text{ kg / m}^3$



15 – 16 декември 2011г. Велико Търново

При оценяване на съответствието, с отчитане на неопределеността може да възникнат следните случаи:



Случай А – измерваната величина се намира под установената граница, означена с пунктир;

Случай В – измерваната величина се намира под установената граница, но на разстояние по-малко от изчислената разширена неопределеност, следователно, направеното твърдение не е с 95% осигуреност.

Случай С - измерваната величина се намира над установената граница, но на разстояние по-малко от изчислената разширена неопределеност, следователно, направеното твърдение не е с 95% осигуреност.

Случай D - Случай А – измерваната величина се намира над установената граница;

Благодаря за вниманието !!!